

위험과 기대수익률 I

(수익률, 위험, 위험하의 투자결정)

서울시립대학교 경영대학
박종원 (parkjw@uos.ac.kr)

Lecture 7. 위험과 기대수익률 I

학습목표:

- 수익(수익률)이란 무엇인가?
- 위험은 어떻게 정의하고 측정할 수 있는가?
- 개별자산의 특성을 어떻게 수익과 위험으로 나타낼 수 있는가?
- 평균-분산 모형이란 무엇인가?

I. 수익과 수익률

1. 수익과 수익률의 의미

● 수익 (return or payoff)

- 투자자가 투자에서 얻는 성과 (return)
- 수익은 이득(gain) 또는 손실(loss)이 될 수 있음.
- 투자성과의 절대적 지표.

● 수익률 (rate of return)

- 투자액 1원에 대해 어느 정도의 성과를 얻었는지를 나타내는 지표.
- 투자에 의한 수익과 투자금액의 비율.

$$\text{-- 조수익률} = \frac{\text{총금액}}{\text{투자금액}} \quad (\text{식 7.1})$$

$$\text{-- 순수익률} = \frac{\text{총수익} - \text{투자금액}}{\text{투자금액}} = \text{조수익률} - 1 \quad (\text{식 7.2})$$

I. 수익과 수익률

2. 단일기간 투자의 수익률 (예, 주식투자)

$$\text{수익률} = \frac{P_1 + D_1 - P_0}{P_0} = \frac{D_1}{P_0} + \frac{P_1 - P_0}{P_0} \quad (\text{식 7.3})$$

$P_1 - P_0$: 자본이득 (capital gain : 주식가격 변동분)

$\frac{D_1}{P_0}$: 배당수익률 (예상 배당금과 현재주가의 비율)

$\frac{P_1 - P_0}{P_0}$: 자본이득률 (자본이득의 현재주가에 대한 비율)

I. 수익과 수익률

2. 단일기간 투자의 수익률

예 1

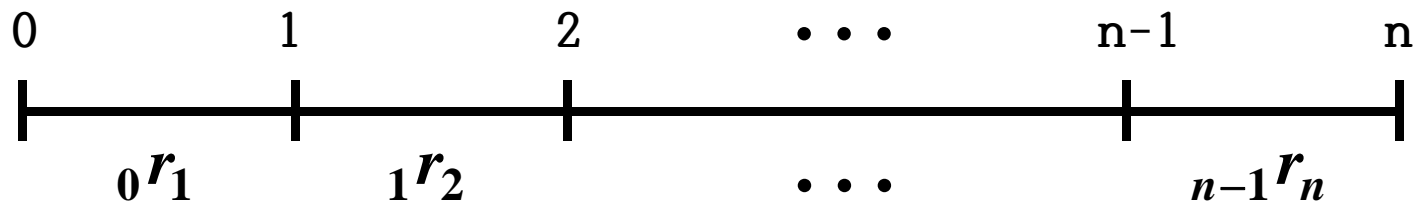
어떤 투자자가 A회사 주식을 주당 6,000원에 매입하여 1년 후에 주당 500원의 배당을 받은 후 7,000원에 팔았다면 이 경우 1년 동안의 수익률은 얼마인가?

(풀이)

$$\text{수익률} = \frac{500 + (7,000 - 6,000)}{6,000} = 25(\%)$$

I. 수익과 수익률

3. 여러 기간 투자의 보유수익률 (HPR)



$$HPR(n) = \prod_{t=1}^n (1 + {}_{t-1}r_t) - 1 = (1 + {}_0r_1)(1 + {}_1r_2) \cdots (1 + {}_{n-1}r_n) - 1$$

(식 7.4)

부의 축적:

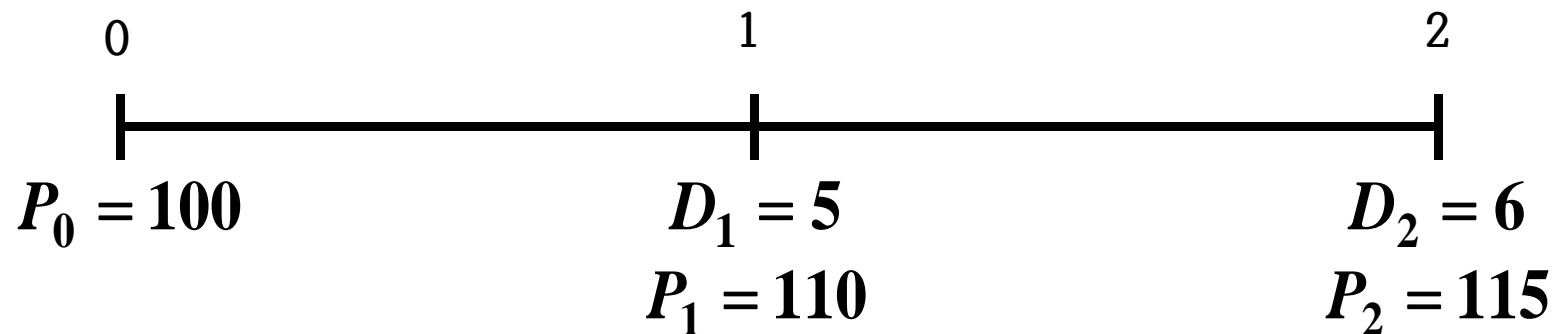
- 0시점에 W_0 원을 투자시 n시점 말에 갖는 부는?
- $W_t = W_0(1 + {}_0r_1)(1 + {}_1r_2) \cdots (1 + {}_{n-1}r_n) = W_0 \prod_{t=1}^n (1 + {}_{t-1}r_t)$

I. 수익과 수익률

3. 여러 기간 투자의 보유수익률

예 2

가격과 배당이 다음과 같이 주어진 주식의 각 기간수익률과 2년 동안의 보유수익률을 구하라.



I. 수익과 수익률

3. 여러 기간 투자의 보유수익률

(풀이)

$$\text{첫 해 수익률} \quad {}_0r_1 = \frac{5}{100} + \frac{110 - 100}{100} = 15(\%)$$

$$\text{둘째 해 수익률} \quad {}_1r_2 = \frac{6}{110} + \frac{115 - 110}{110} = 10(\%)$$

$$\text{HPR}(2) = (1 + 0.15)(1 + 0.1) - 1 = 26.5(\%)$$

I. 수익과 수익률

4. 여러 기간 투자의 연평균수익률

- 내부수익률 (internal rate of return : IRR)
 - 미래투자수익의 현재가치와 투자금액을 일치시키는 할인율.
- 산술연평균수익률 (AMR)
 - 여러 기간 투자 시 각 기간의 수익률을 구하여 단순히 산술평균한 수익률.
- 기하연평균수익률 (GMR)
 - 여러 기간 투자 시 각 기간의 수익률을 구하여 기하평균한 수익률.

I. 수익과 수익률

4. 여러 기간 투자의 연평균수익률

$$AMR = \frac{({}_0r_1 + {}_1r_2 + \cdots + {}_{n-1}r_n)}{n} \quad (\text{식 7.5})$$

$$\begin{aligned} GMR &= \left[(1 + {}_0r_1)(1 + {}_1r_2) \cdots (1 + {}_{n-1}r_n) \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (\text{식 7.6}) \\ &= \left[1 + HPR(n) \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \end{aligned}$$

I. 수익과 수익률

4. 여러 기간 투자의 연평균수익률

예 3

[예 2]의 자료를 이용하여 내부수익률을 구하라.

(풀이)

$$100 = \frac{5}{1 + IRR} + \frac{6 + 115}{(1 + IRR)^2}$$

$$IRR = 12.53\%$$

I. 수익과 수익률

4. 여러 기간 투자의 연평균수익률

예 4

[예 2]의 자료를 이용하여 산술평균수익률을 구하라.

(풀이)

$$AMR = \frac{15 + 10}{2} = 12.5\%$$

I. 수익과 수익률

4. 여러 기간 투자의 연평균수익률

예 6

[예 2]의 자료를 이용하여 기하평균수익률을 구하라.

(풀이)

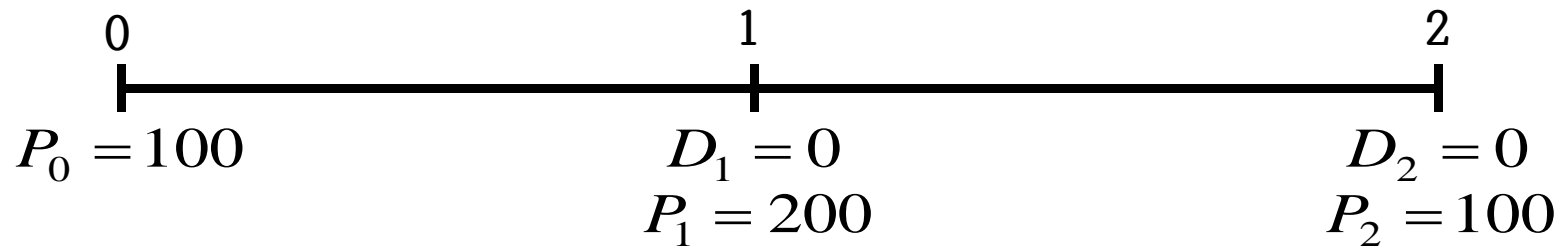
$$GMR = [(1.15)(1.10)]^{\frac{1}{2}} - 1 = 12.47\%$$

I. 수익과 수익률

4. 연평균투자수익률: 산술평균과 기하평균의 비교

예제

가격과 배당이 다음과 같이 주어진 주식에 2년간 투자하는 경우의 연평균수익률을 산술평균과 기하평균으로 구하고 결과를 비교하라.



I. 수익과 수익률

4. 여러 기간 투자의 연평균수익률

- AMR과 GMR의 비교

- $GMR \leq AMR$

- 수익률이 넓게 분포할수록 $(GMR-AMR)$ 이 커진다.

- 개념적으로 GMR이 우월하지만 통계처리에서는 AMR이 유용하다.

II. 위험

1. 위험의 의의

- 위험의 의의

- 어떤 투자로부터 미래에 얻을 수 있는 결과를 확실하게 알지 못하는 상황을 불확실성(uncertainty) 또는 위험(risk)이라고 한다.
- 투자론에서의 위험은 ‘미래수익(또는 수익률)의 변동 정도’로 정의하여 사용한다.

II. 위험

2. 수익률의 확률분포와 통계치

[표 7-1] 주식 A와 B에 대한 수익률의 확률분포

미래상태	확률	주식수익률(%)	
		r_A	r_B
불황	1/4	6	-4
정상	1/2	10	8
호황	1/4	14	28

II. 위험

2. 수익률의 확률분포와 통계치

- 기댓값 (기대수익률 : $E[X]$)
- 각 상태가 발생할 확률에 각 상태가 발생할 경우에 실현되는 값을 곱한 결과를 모두 더한 값을 말한다.

$$\begin{aligned} E(X) &= p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 + \cdots + p_s \cdot x_s \\ &= \sum_{j=1}^s p_j \cdot x_j \end{aligned} \quad (\text{식 7.7})$$

II. 위험

2. 수익률의 확률분포와 통계치

- 기댓값 (기대수익률 : $E[X]$)
- [표 7-1]의 주식 A와 B의 기대수익률을 계산하면 다음과 같다.

$$E(r_A) = \frac{1}{4} \times 6 + \frac{1}{2} \times 10 + \frac{1}{4} \times 14 = 10(\%)$$

$$E(r_B) = \frac{1}{4} \times (-4) + \frac{1}{2} \times 8 + \frac{1}{4} \times 28 = 10(\%)$$

- ☞ 즉, 주식 A와 B는 미래상태에 따라 서로 다른 수익률이 실현되나 평균적으로는 10%의 수익률을 얻는다.

II. 위험

2. 수익률의 확률분포와 통계치

- 분산 (Variance : $\text{Var}[X], \sigma_X^2$)
- 투자결정에서 위험의 정도를 나타내며 각 상황이 발생했을 때 실현되는 값과 기댓값의 차이를 제공하여 이를 각 상태가 발생할 확률로 곱하여 모두 더한 값을 말한다.

$$\begin{aligned}\sigma_X^2 &= \text{Var}(X) = E[X - E(X)]^2 \\ &= p_1 \cdot [x_1 - E(X)]^2 + \cdots + p_n \cdot [x_n - E(X)]^2 \\ &= \sum_{i=1}^n p_i \cdot [x_i - E(X)]^2\end{aligned}\quad (\text{식 7.8})$$

II. 위험

2. 위험하에서의 수익률의 통계치

- 분산 (Variance : $\text{Var}[X], \sigma_X^2$)
- [표 7-1]의 주식 A와 B의 분산을 계산하면 다음과 같다.

$$\sigma_A^2 = \frac{1}{4} \times (-4)^2 + \frac{1}{2} \times (0)^2 + \frac{1}{4} \times (4)^2 = 8(\%)^2$$

$$\sigma_B^2 = \frac{1}{4} \times (-14)^2 + \frac{1}{2} \times (-2)^2 + \frac{1}{4} \times (18)^2 = 132(\%)^2$$

- ☞ 주식 B가 A보다 높은 분산값을 갖는데 이는 주식 B의 위험이 더 크다는 것을 의미한다.

II. 위험

2. 수익률의 확률분포와 통계치

- 표준편차 (standard deviation) : σ_X
- 분산의 양의 제곱근을 의미하며 확률변수의 단위와 같도록 표준화한 값을 말한다.

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (\text{식 7.9})$$

- [표 7-1]의 주식 A와 B의 표준편차를 계산하면 다음과 같다.

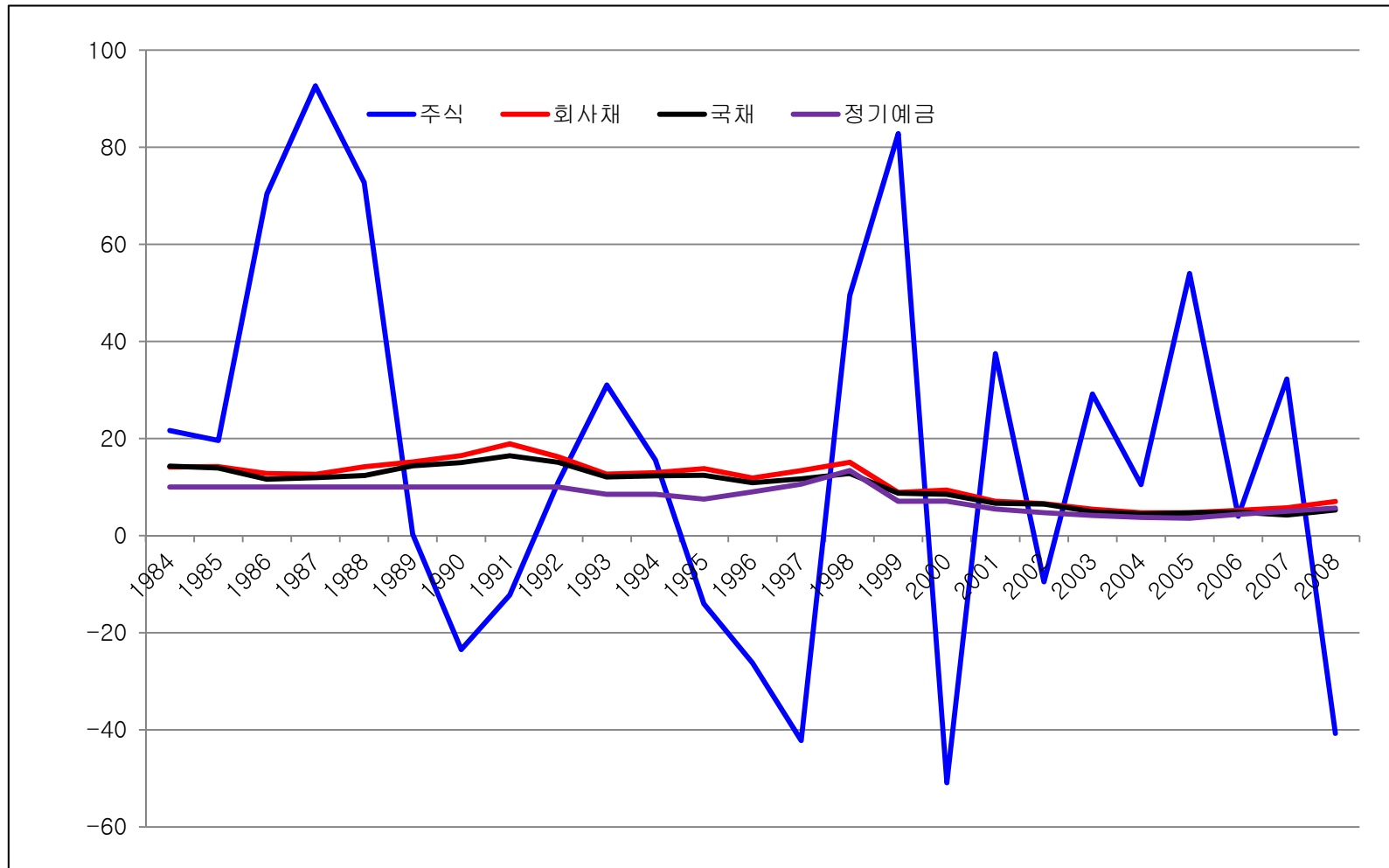
$$\sigma_A = \sqrt{8} = 2.83\% \quad \sigma_B = \sqrt{132} = 11.49\%$$

II. 위험

한국 금융자산 연간수익률의 요약 통계치 : 1984 ~ 2008

통계치	주식	회사채	국채	정기예금	인플레이션
산술평균	16.61	11.16	10.24	7.93	4.36
기하평균	9.74	11.07	10.17	7.90	4.34
표준편차	39.51	4.28	3.97	2.68	2.18
분산	1561	18.34	15.74	7.19	4.75
최소값	-48.62	5.43	4.55	4.25	1.46
최대값	92.11	18.90	15.08	10.00	9.14

II. 위험: 한국 금융자산 연간수익률의 변동



III. 위험하의 투자결정: 평균-분산 모형

1. 투자자의 위험에 대한 태도와 수익률의 확률분포

- 위험회피(risk aversion)

- 정규확률분포

2. 평균-분산모형

효용함수의 형태나 수익(률)의 확률분포의 모든 특성을 이용하지 않고 미래 수익의 평균과 분산(또는 표준편차)의 두 통계치만으로 투자자의 기대 효용을 나타내는 모형.

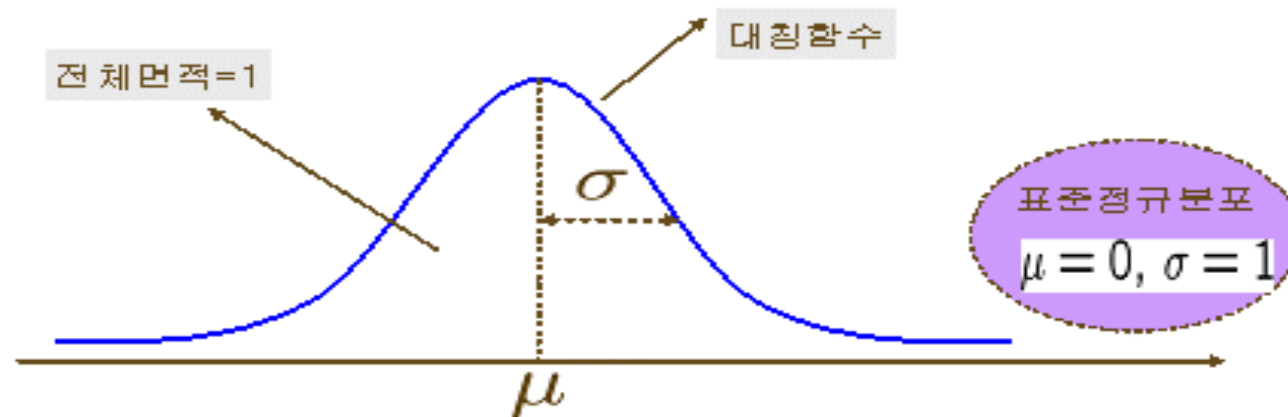
III. 위험하의 투자결정: 평균-분산 모형

3. 위험측정치로서의 표준편차와 정규분포

정규분포의 확률밀도함수와 특성

- 정규분포는 평균 μ 와 분산 σ^2 에 의해 완전히 특징지워진다.
- pdf:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

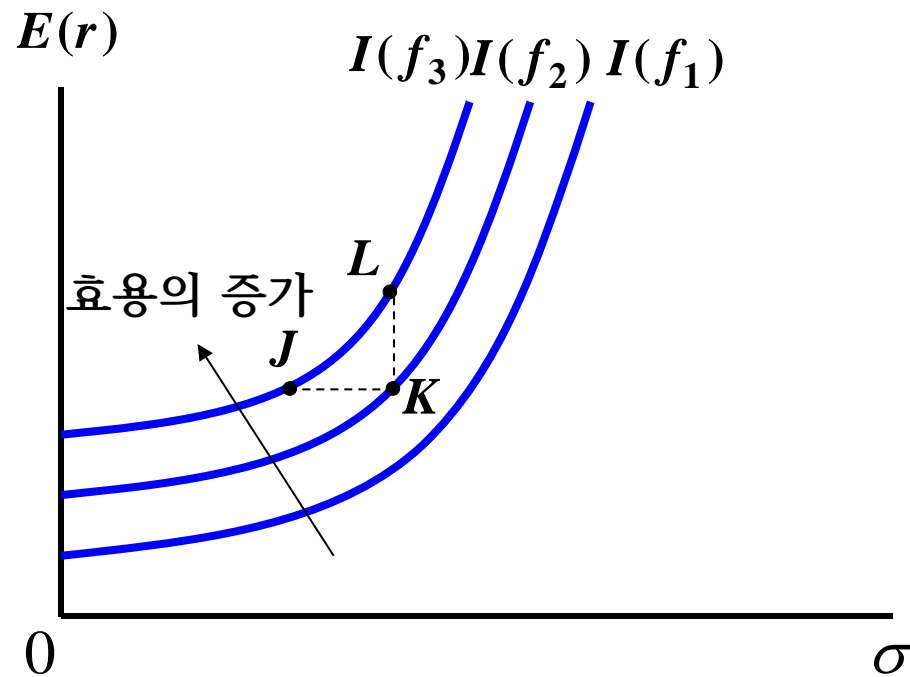


III. 위험하의 투자결정: 평균-분산 모형

4. 평균-분산 무차별곡선

위험의 측정치로 표준편차를 사용할 때 기대효용이 같은 평균-표준편차의 조합을 연결한 선.

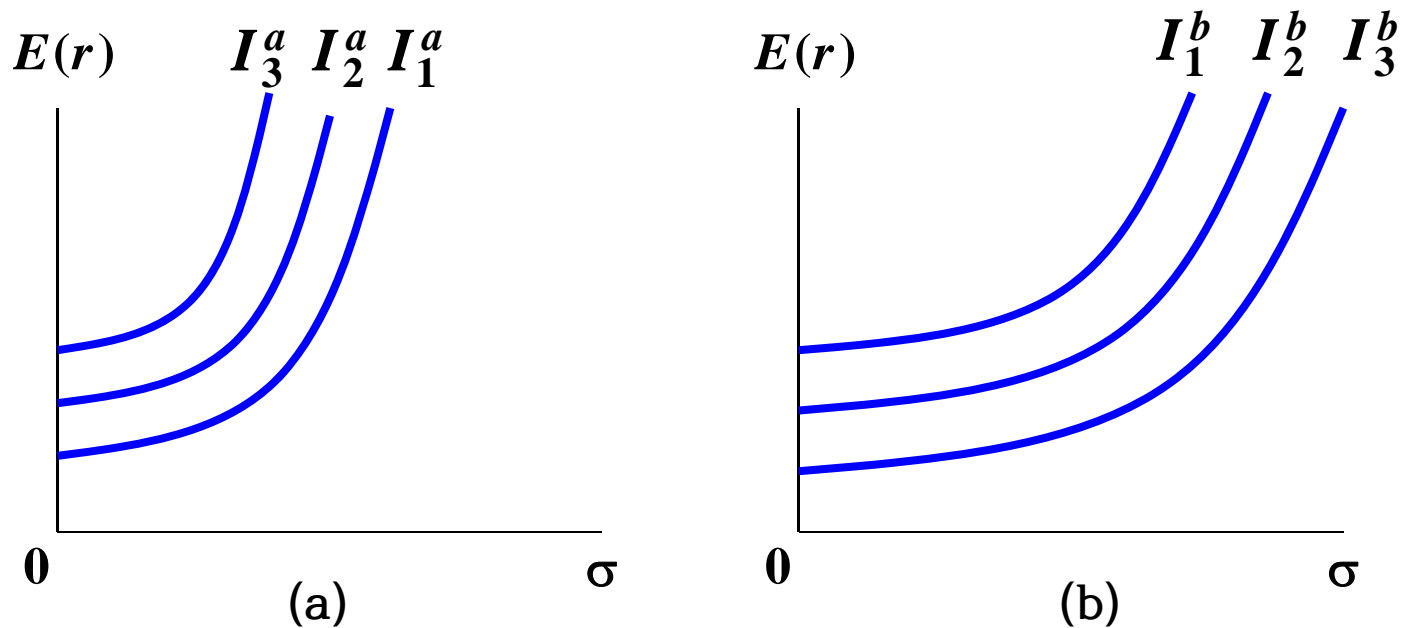
[그림]
위험회피형 투자자의
평균-분산 무차별곡선



III. 위험하의 투자결정: 평균-분산 모형

4. 평균-분산 무차별곡선

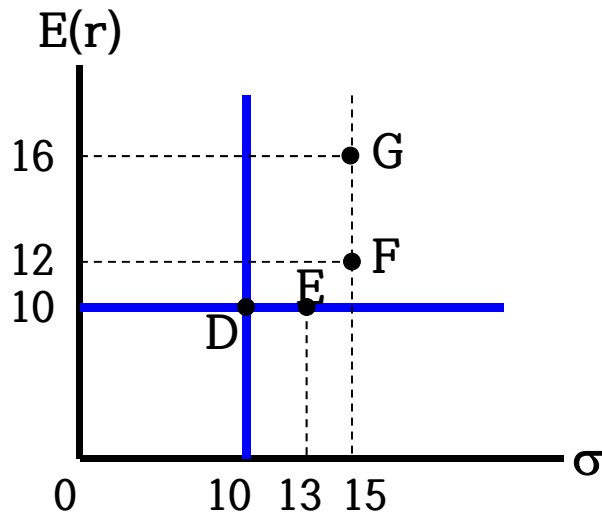
[그림] 위험회피정도의 차이와 무차별곡선



III. 위험하의 투자결정: 평균-분산 모형

5. 지배원리와 증권선택

[그림]
개별주식의
기대수익률과 분산



[표 7-2] 개별주식의 기대수익률과 표준편차

주식	기대수익률	표준편차
D	10	10
E	10	13
F	12	15
G	16	15

III. 위험하의 투자결정: 평균-분산 모형

5. 지배원리와 증권선택의 예

- 주식 D와 E를 비교하면 기대수익률이 모두 10%이나 표준편차는 D가 10%이고 E가 13%이므로 위험을 싫어하는 투자자는 주식 D를 선호 (주식 D가 주식 E를 지배)
- 주식 F와 G를 비교하면 표준편차는 15%로 동일하지만 기대수익률은 G가 크므로 주식 G는 주식 F를 지배.
- 기대수익률이 같다면 위험이 낮은 투자안을 선택하고 위험이 같다면 기대수익률이 높은 투자안을 선택하는 투자안의 선택기준을 지배원리라 한다.
- 지배원리에 의해 선택된 효율적 투자집합 {D,G}중 투자자의 위험회피정도에 따라 최적투자안이 선택된다.

Lecture 7. 위험과 기대수익률

학습정리:

- 여러 기간 투자의 연평균수익률은 산술평균과 기하평균으로 측정할 수 있다.
- 각 기간의 수익률 변동이 클수록 산술평균이 기하평균보다 더 큰 값을 갖는다.
- 사람들은 안전한 1원을 위험한 1원보다 더 큰 가치를 갖는 것으로 평가한다. 이를 재무관리의 제2원리라 하며, 사람들의 이러한 태도를 위험회피라고 한다.
- 위험의 크기는 분산 또는 표준편차로 측정한다.
- 위험하에서 기대수익률과 위험을 반영하여 투자선택을 하는 모형을 평균-분산모형이라 한다.
- 평균-분산 모형 하에서 같은 기대수익률이면 위험이 작은 투자안을, 같은 위험 수준이면 기대수익률이 더 큰 투자안을 선택하며, 이런 선택원리를 지배원리라 한다.