시스템안전공학 05

신뢰도

박재희

국립 한경대학교
HANKYONG NATIONAL UNIV.

학습목표

- 신뢰도와 고장률에 대한 정의를 이해한다.
- $f(t), R(t), \lambda(t)$ 상호관계를 수식으로 표현 가능하다.
- 고장률 욕조 곡선에 대한 설명이 가능하다.

1. 신뢰도의 정의

신뢰도의 역사

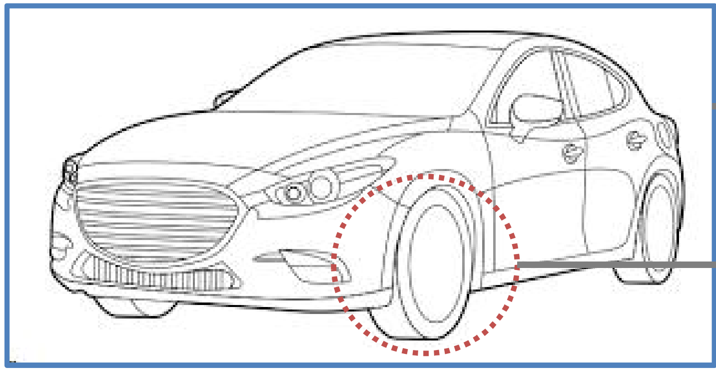
- 2차 세계대전(1939-1945)
  - 군사 전자장비(통신장비와 레이더 등)의 빈번한 고장 문제 경험
- 1943, 진공관 개발위(VTDC) 조직
  - 고 신뢰도의 진공관 개발 착수
- 1946, ARNIC (Aeronautical Radio INC.) 설립
  - 전자기기에 대한 신뢰성 연구 착수
- 1952, AGREE(전자장비 신뢰도 자문위) 구성
  - 전자기기에 대한 신뢰성 연구 착수
  - 1957 연구보고서 발간: 신뢰성 측정법과 규격서 작성 기준
- 1958, NASA 창설
  - 인공위성과 로켓 시스템의 신뢰성 연구
  - FMEA, FTA 등 기법 활용

신뢰도의 정의

- 신뢰도 (Reliability)
  - 부품 혹은 시스템이, 주어진 조건 하에서, 특정한 기간 동안, 의도된 기능을 수행할 확률(probability)
- 신뢰도 정의의 의미
  - 부품 혹은 시스템: 신뢰도는 부품 혹은 시스템 수준에서 고려 가능, 인간기계 시스템은 인간 신뢰도도 포함
  - 주어진 조건 하에서: 주 설계부하와 환경부하
  - 특정한 기간동안: calendar time 과 operating time
  - 의도된 기능: 고장의 정량화 필요
  - 수행활 확률: 신뢰도는 0-1 사이 확률 값

신뢰도 정의에 대한 설명(1)

- 신뢰도는 시스템 수준에서도 고려될 수 있고, 부품 수준에서도 고려될 수 있다.



시스템(자동차)의 신뢰도

부품(타이어)의 신뢰도

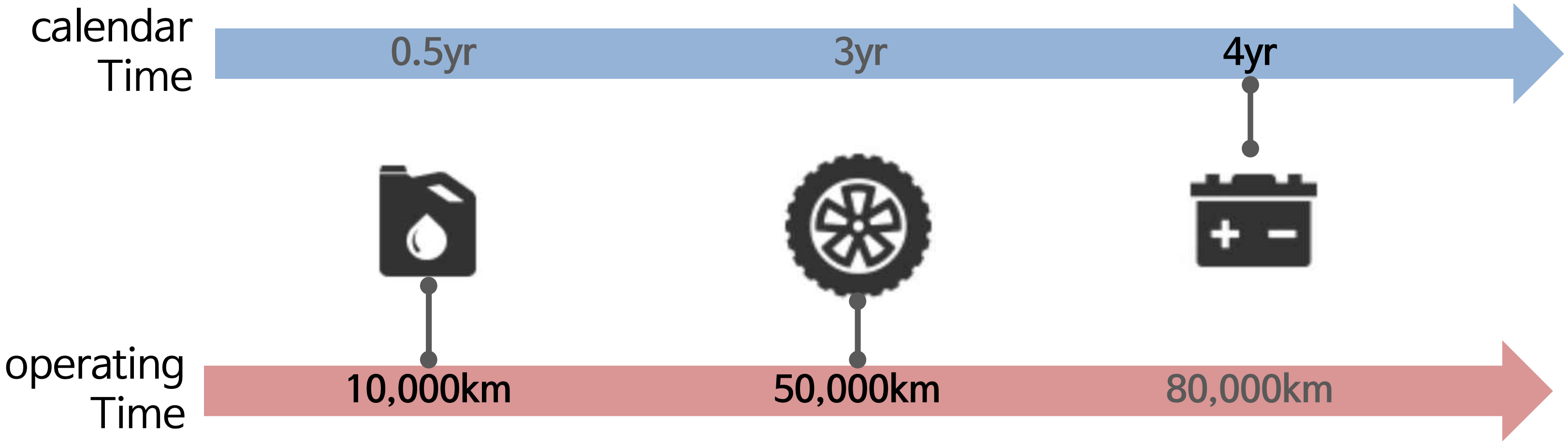
신뢰도 정의에 대한 설명(2)

- 신뢰도를 측정할 때에는 설계부하와 환경부하 조건이 명확해야 한다.

- 설계부하(예): 속도 100km/hr 회전
- 환경부하(예): 온도 20°C

신뢰도 정의에 대한 설명(3)

- 신뢰도는 자연의 시간(calendar time)으로 측정되기도 하고 운영시간(operating time)으로 측정되기도 한다.



신뢰도 정의에 대한 설명(4)

- **신뢰도는 의도된 기능(고장에 대한 정의)이 명확해야 한다.**
  - 펑크에 대한 신뢰도인지? 파열에 대한 신뢰도인지 명확한 사전 정의 필요

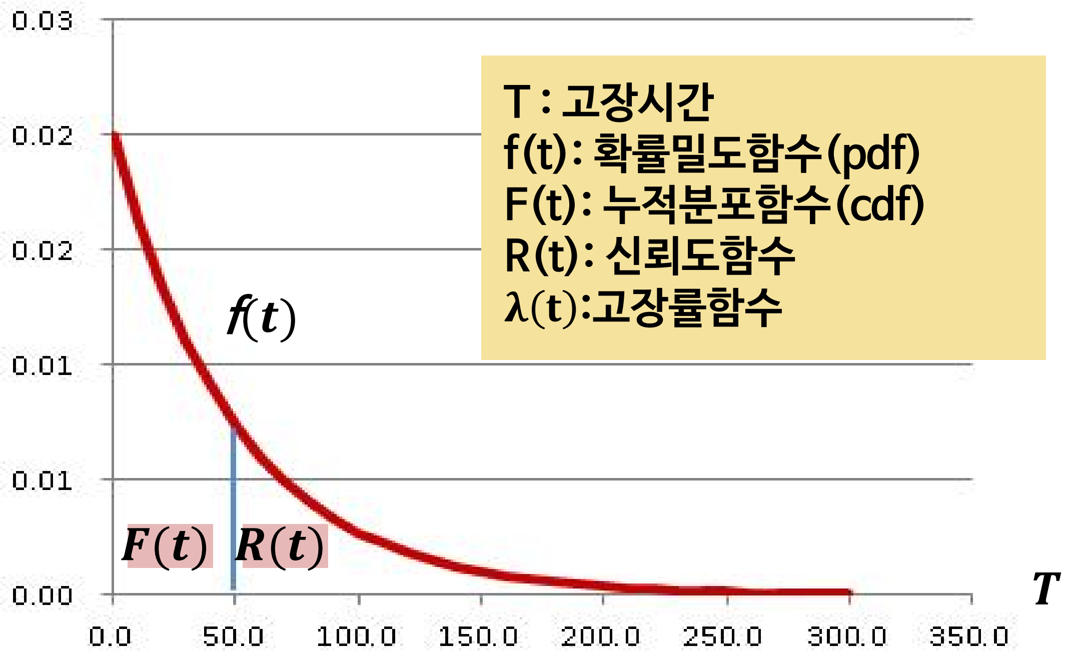
타이어의 고장을 펑크로 정의
(타이어 수리 가능)

타이어의 고장을 파열로 정의
(타이어 수리 불가능)

신뢰도의 확률적 표현

- 확률변수 $rv\ \ T \equiv$ 고장까지의 시간 (수명)
- T의 범위 $\{T|0 \leq T \leq \infty\}$
- 확률밀도함수 $pdf\ \ f(t)$
- 누적분포함수 $cdf\ \ F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(t)dt$
- 신뢰도함수 $Rel\ \ R(t) = P(T > t) = \int_t^\infty f(t)dt = 1 - F(t)$
  - $f(t) = \frac{d}{dt}F(t) \quad f(t) = -\frac{d}{dt}R(t)$

f(t), F(t), R(t)의 관계



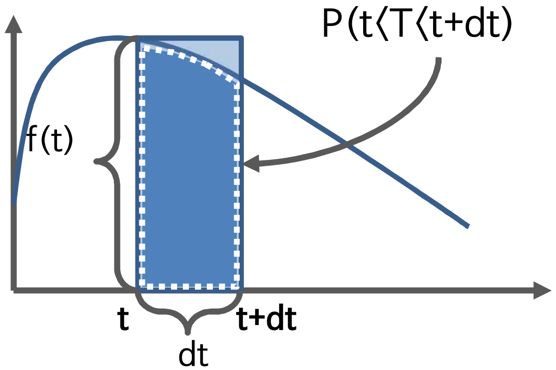
$$\mathbf{F(t) = \int_0^t f(t)dt} \qquad \mathbf{F(t) + R(t) = 1} \qquad \lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$$

고장률

- 고장률(순간고장률)
  - t시점까지 고장나지 않고 있던 부품(시스템)이 순간적으로 고장날 확률의 변화율 (고장률은 확률이 아니다)

- 고장률 $\lambda(t)$
  - $\lambda(t)=\frac{P(T<t+dt|T>t)}{dt}=\frac{P(T<t+dt \cdot T>t)}{P(T>t)}\cdot\frac{1}{dt}=\frac{P(t<T<t+dt)}{dt}\cdot\frac{1}{P(T>t)}$

    $=\frac{f(t)\times dt}{dt}\cdot\frac{1}{R(t)}=\frac{f(t)}{R(t)}$
  - $\boldsymbol{\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}}$



신뢰도와 고장률

- 고장률로 신뢰도 표현

  - $\lambda(t)=\frac{f(t)}{R(t)}$

  - $\int_0^t \lambda(t)dt = \int_0^t \frac{f(t)}{R(t)}dt = \int_0^t \frac{-\frac{dR(t)}{dt}}{R(t)}dt = -\int_1^{R(t)} \frac{1}{R(t)} dR(t)$

    $= -[\ln R(t)]_1^{R(t)} = -\ln R(t)$

양변 밑에 e를 취하면

  - $e^{\int_0^t \lambda(t)dt} = e^{-\mathrm{h}\ R(t)}$
  - $e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} = e^{\mathrm{h}\ R(t)}$

  - $R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$

평균수명

- $E(T) = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty t\left(-\frac{dR(t)}{dt}\right)dt$

$= -\int_0^\infty t \cdot R(t)' dt = -[t \cdot R(t)]_0^\infty + \int_0^\infty R(t)dt$

$= -(\infty R(\infty)) + (0R(0)) + \int_0^\infty R(t)dt = \int_0^\infty R(t)dt$

- $E(T) = MTTF = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty R(t)dt$

※ $MTTF$: $Mean\ Time\ To\ Failure$ 평균무고장시간(평균수명)

※ 부분적분법 $\int u'v = uv - \int uv'$

요약

- $rv\ \ T \equiv$ 고장까지시간
- $pdf\ \ f(t)$
- $cdf\ \ F(t) = \int_0^t f(t)dt$
- $Reliability$ $\quad R(t) = \int_t^{\infty} f(t)dt = 1 - F(t),\ F(t) + R(t) = 1$

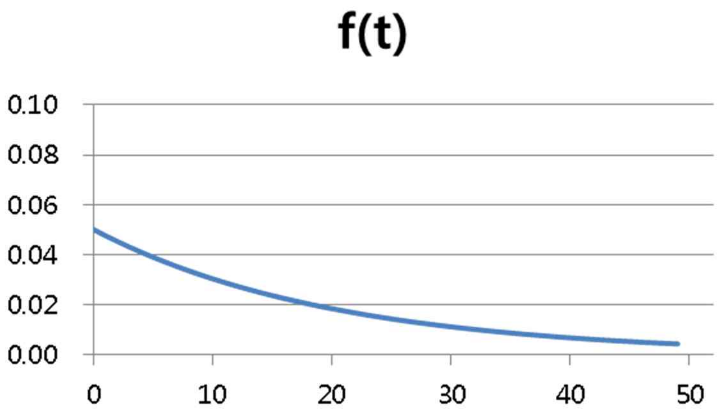
  $R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}$
- $Failure\ \ rate \quad \lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$
- $E(T) = MTTF = \int_0^{\infty} t \cdot f(t)dt = \int_0^{\infty} R(t)dt$

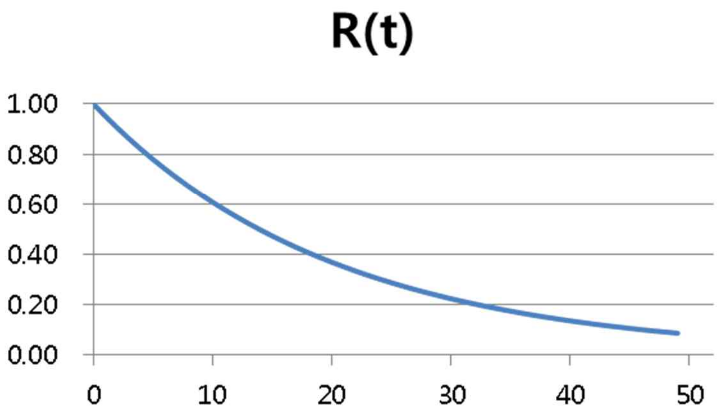
2. 확률분포별 신뢰도와 고장률

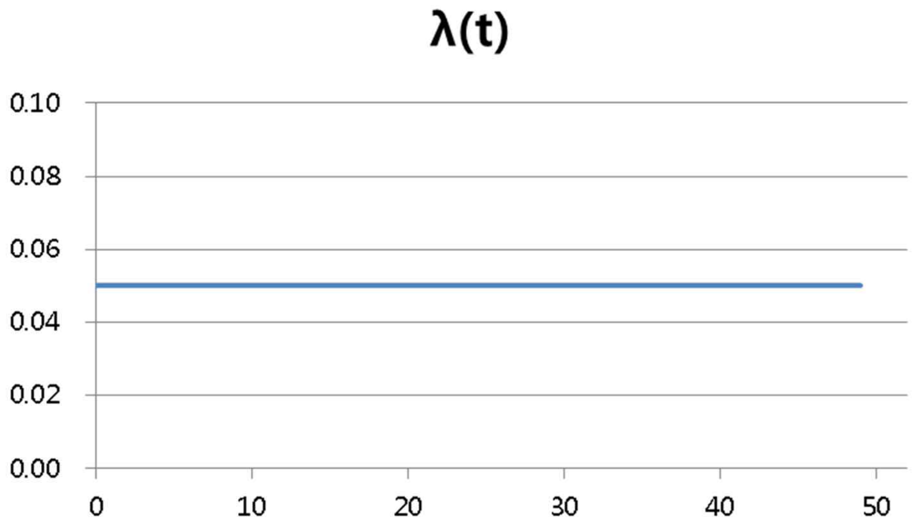
지수분포

- 우발고장에 적용
- $T \sim Exp\,(\lambda)$
- $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad T \geq 0$
- $F(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda t}$
- $R(t) = \int_t^\infty \lambda e^{-\lambda t} dt = e^{-\lambda t}$
- $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda$ (상수)
- $E(T) = \int_0^\infty R(t) dt = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$
- $V(T) = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$

지수분포의 고장률


f(t)
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
0
10
20
30
40
50

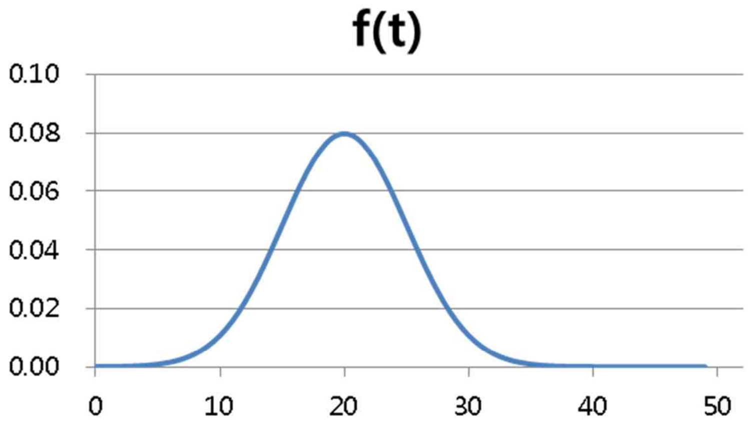

R(t)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0
10
20
30
40
50

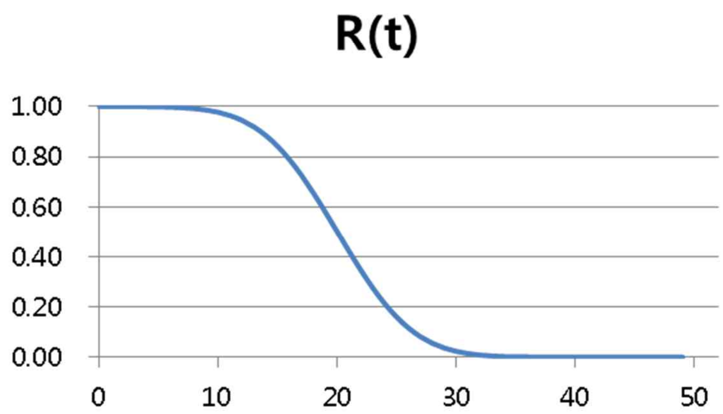

λ(t)
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
0
10
20
30
40
50

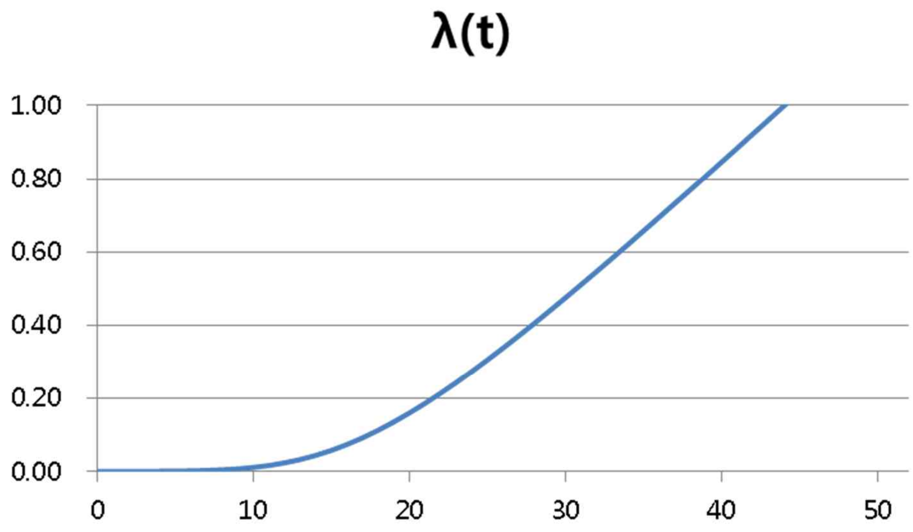
정규분포

- 노화고장에 적용
- $T \sim N(\mu, \sigma^2)$ $\quad \mu$: T의 평균 σ^2: T의 분산
- $f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad 0 \le T \le \infty$
- $F(t) = \Phi(z) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$
- $R(t) = 1 - \Phi(z)$
- $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$ 단조증가함수
- $E(T) = \mu$
- $V(T) = \sigma^2$

정규분포의 고장률


f(t)
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
0
10
20
30
40
50


R(t)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0
10
20
30
40
50

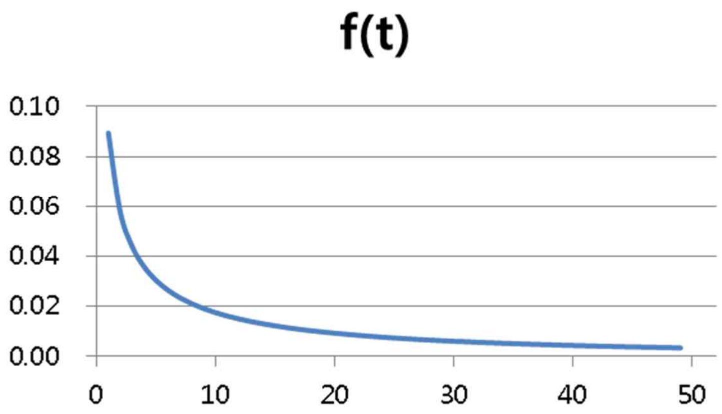

λ(t)
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0
10
20
30
40
50

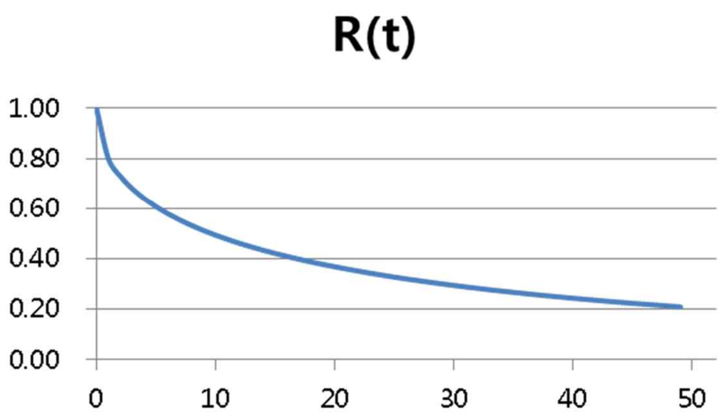
와이블분포

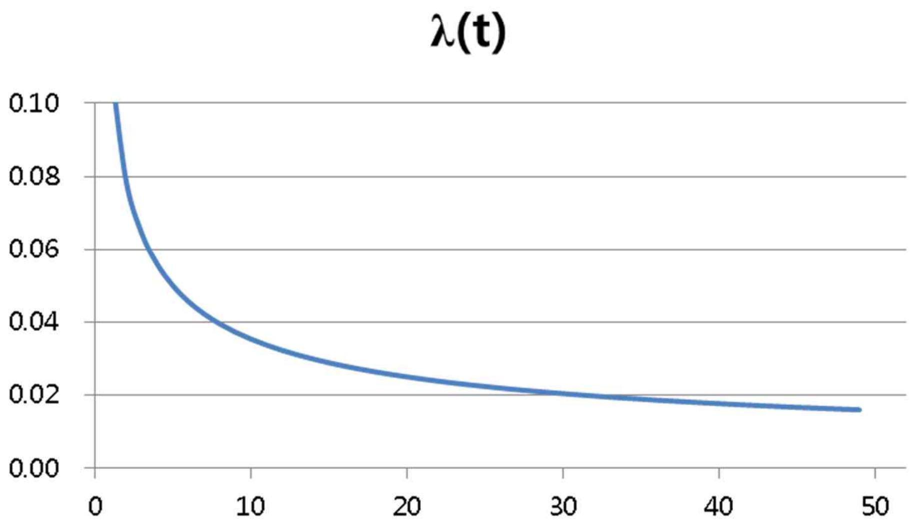
- (조기, 우발, 노화) 모든 고장에 적용
- $T{\sim}W(\beta, \theta)$
- $f(t) = \frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \quad 0 \leq T \leq \infty$
- $F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$
- $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}}$
- $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta-1}$ $\beta > 1$ 증가 , $\beta = 1$ 상수 ,$\beta < 1$ 감소
- $E(T) = \theta\boldsymbol{\Gamma}\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$

※ $\boldsymbol{\Gamma}(N) = (N-1)\boldsymbol{\Gamma}(N-1) = (N-1)!$

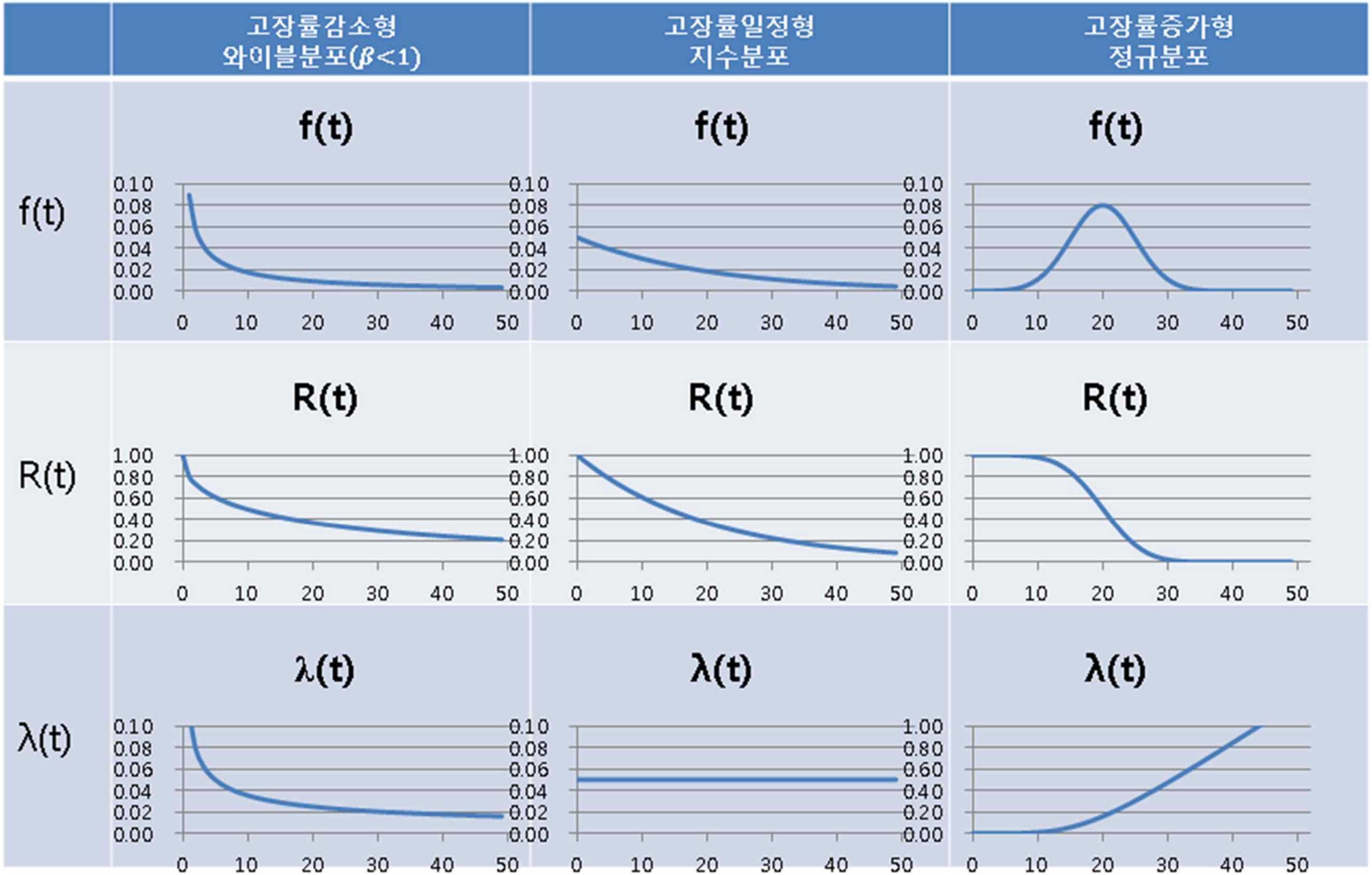
와이블분포(β<1)의 고장률







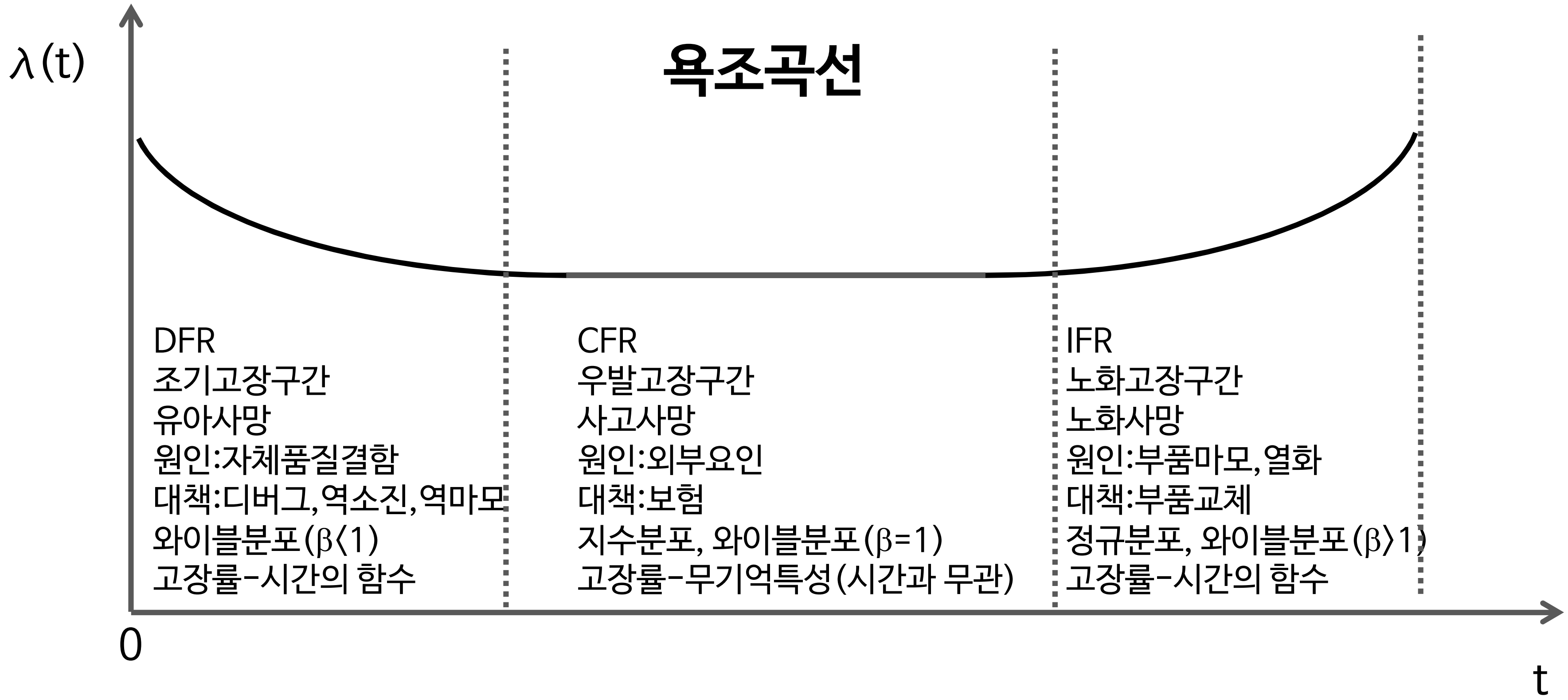
f(t), R(t), λ(t)



고장률감소형
와이블분포(β<1)
고장률일정형
지수분포
고장률증가형
정규분포
f(t)
R(t)
λ(t)
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
0.00
1.00
0.80
0.60
0.40
0.20
0.00
0 10 20 30 40 50

고장률함수

- 욕조곡선(Bathtub Curve)



※ 우발고장 구간의 기간이 길고, 여러 부품으로 이루어진 시스템의 경우 일반적으로 시스템 고장률은 일정한 지수분포로 가정을 한다

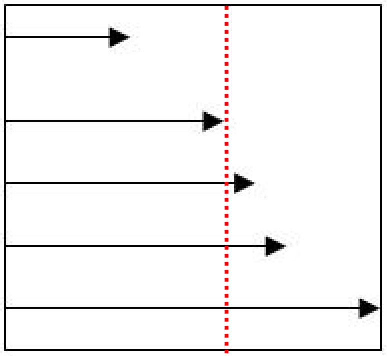
고장방식

- 여러 개의 부품으로 결합된 시스템의 경우 시스템의 신뢰도는 각 부품 신뢰도의 곱으로 표현되고, 고장률은 합으로 표현된다.
  - $R_s(t) = \prod_i R_i(t)$
  - $\lambda_s(t) = \sum_i \lambda_i\,(t)$

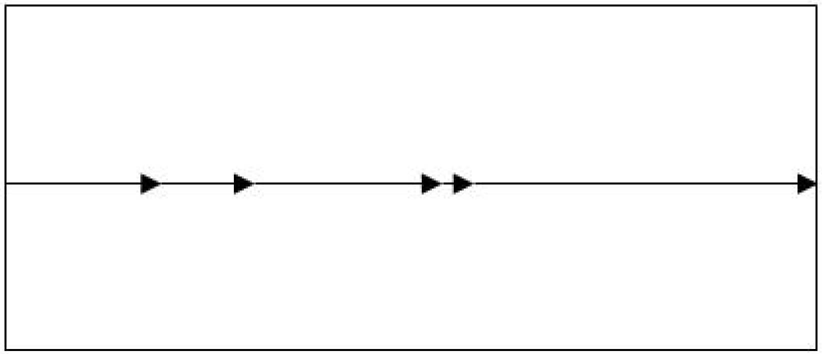
- 따라서 여러 부품들이 서로 다른 조기고장, 우발고장, 노화고장 등의 구간에 있다면 그 고장률 함수는 다음과 같이 표현될 수 있을 것이다.
  - $\lambda_s(t) = \frac{\beta_A}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta_A - 1} + \frac{1}{\theta} + \frac{\beta_C}{\theta}\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta_C - 1} \quad \beta_A < 1 = \beta_B < \beta_C$

MTTF vs MTBF

- MTTF (Mean Time To Failure)
  - 교체, 수리 불가능한 제품의 평균수명
- MTBF (Mean Time Before Failure)
  - 교체, 수리 가능한 제품의 고장까지의 평균간격



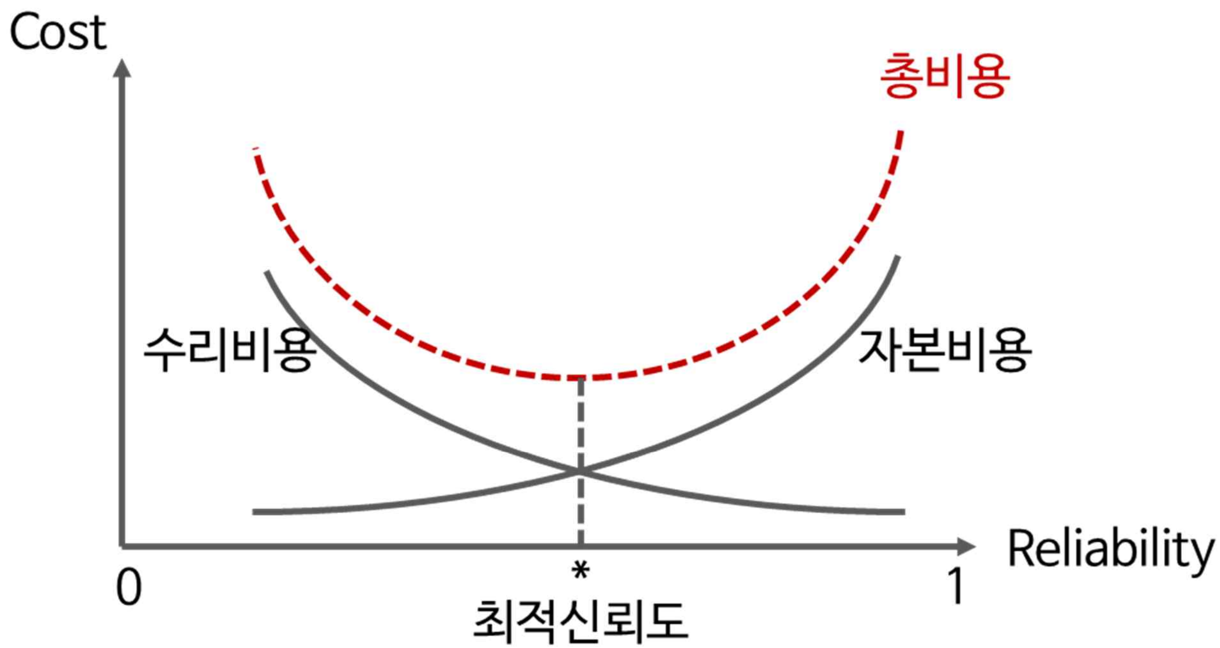
MTTF



MTBF

공학설계에서의 신뢰도 수준

- 최적 신뢰도의 결정
  - 고 신뢰도 설계 시 개발비 등 자본비용 높음
  - 저 신뢰도 설계 시 고장 시 수리비용 높음
  - 총 비용(자본비용+수리비용) 최소화 하는 수준에서 최적 신뢰도 결정



신뢰도 고양방법

- 설계여유(affordance in design)
  - 부하에 비해 부품의 용량을 높임
  - 혹은 부하를 낮춤(감률)
- 중복설계(redundant design)
  - 부품의 병렬구조 설계
- 예방보전(PM; Preventive Maintenance)
  - 고장 예상 부품에 대한 사전 조치

요약

- 신뢰도는 부품 혹은 시스템이, 주어진 조건 하에서, 특정한 기간 동안, 의도된 기능을 수행할 확률(probability)이다.
- 고장률은 t시점까지 고장나지 않고 있던 부품(시스템)이 순간적으로 고장날 확률의 변화율 (고장률은 확률이 아니다).
- 욕조곡선은 시간에 따른 고장률의 변화를 보여주는 곡선이다. 지수분포는 고장률이 λ로 일정하다.